第１回　数の表現（１）　予習資料

第1回目に限り、授業前の予習の機会が無いので、主に復習的な内容を準備した。一通り自分でチャレンジし、分からないことは第2回の授業中に質問してほしい。

［１］　論理値（真偽値）と論理演算の復習　　（アーキテクチャの教科書にはこの内容の記述は無い）

a.　論理値（真偽値）は、真（True、成り立つ）か偽（False 成り立たない）の2つの値を持つ。

「3 は 2 より大きい （ 3>2 ）」　⇒　真偽値（　　　）

「野田佳彦は日本の総理大臣である」　⇒　真偽値（　　　）

「明日は天気が良い」 ⇒　真偽値（　　　）

b.　論理値に対する基本的な演算として、AND（かつ）、OR（または）、NOT（否定）などがある。

T（真） AND T（真） ＝ （　　　　　）　　　T（真） AND F（偽） ＝ （　　　　　）

F（偽） AND T（真） ＝ （　　　　　）　　　F（偽） AND F（偽） ＝ （　　　　　）

T（真） OR T（真） ＝ （　　　　　）　　　T（真） OR F（偽） ＝ （　　　　　）

F（偽） OR T（真） ＝ （　　　　　）　　　F（偽） OR F（偽） ＝ （　　　　　）

NOT （T（真）） ＝ （　　　　　）　　　NOT （F（偽）） ＝ （　　　　　）

表（真理値表）に書くことがある。

AND

y＼x	T	F
T		
F		

OR

y＼x	T	F
T		
F		

NOT

T	F

c.　式（論理式）を考えることができる。

論理変数を考える

～～　数式だと x + 1 とか $x^2 + y^2$ とか。 変数の値は「任意の整数」だったり「任意の実数」だったり

論理式だと、変数は論理変数で、変数のとる値は （　　　　か　　　　か）である

論理式は、論理変数 x や y を、論理演算 AND, OR, NOT で組み合わせたもの

x AND y とか (x AND y) OR (y AND T) とか　～～ 後者の式ではT（真）は定数

d.　論理式の値を計算することができる。

論理式 x AND y の値を計算せよ。 但し、x＝T、y＝F とする。

論理式 (x AND y) OR (y AND T) の値を、すべての x と y の値に対して計算せよ。

～～ つまり、x=T で y=T の時、 x=T で y=F の時、 x=F で y=T の時、 x=F で y=F の時、の4通りを求める

⇒　2つの変数 x, y （つまり入力）があって、

1つの出力を求める形になっている。（2入力、1出力の関数）

⇒ 右のような真理値表に書けるはず

y＼x	T	F
T		
F		

e.　演習問題　次の論理式の値（すべての入力の組合せに対する出力の値）を、真理値表の形で書け

ア）　x AND T　　　イ）　x AND x　　　ウ）　x AND F　　　エ）　x AND (NOT x)

オ）（x AND y) AND x　　カ）（x AND y) AND (x OR y)　　キ）（x OR (NOT y)) AND ((NOT x) OR y)

ク）（x AND y) OR ((NOT x) AND (NOT y))

f.　（知識）　加法標準形・乗法標準形　～～　もし聞いていなければ、自分で調べてみよ

⇒　任意の論理関数（真理値表で表されるもの）は、加法標準形で表すことができる。

⇒　任意の（組合せ）論理回路は、加法標準形で実現できる。

解答

a.　真、真、真偽の区別はつかない

b.　T、F、F、F　　T、T、T、F　　F、T

AND

y \ x	T	F
T	T	F
F	F	F

OR

y \ x	T	F
T	T	T
F	T	F

NOT

T	F
F	T

c.　（真か偽か）

d.　F、（T, T)⇒T　(T, F)⇒F　(F, T)⇒T　(F, F)⇒F

y \ x	T	F
T	T	T
F	F	F

e.　ア）

x=T	x=F
T	F

イ）

x=T	x=F
T	F

ウ）

x=T	x=F
F	F

エ）

x=T	x=F
F	F

オ）

y \ x	T	F
T	T	F
F	F	F

カ）

y \ x	T	F
T	T	F
F	F	F

キ）

y \ x	T	F
T	T	F
F	F	F

ク）

y \ x	T	F
T	T	F
F	F	T

＜基本情報処理技術者試験から＞

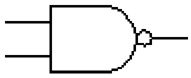
1)　X と Y の否定論理積 X NAND Y は，NOT (X AND Y)として定義される。 X OR Y を NAND だけを使って表した論理式はどれか。（基本 17 秋 09）

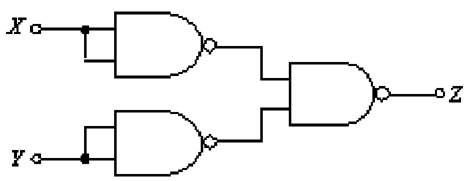
ア　((X NAND Y) NAND X) NAND Y

イ　(X NAND X) NAND (Y NAND Y)

ウ　(X NAND Y) NAND (X NAND Y)

エ　X NAND (Y NAND (X NAND Y))

2) NAND 回路による次の組合せ回路の出力 Z を表す式はどれか。ここで， は NAND 回路，･は論理積，＋は論理和，$\overline{X}$ は X の否定を表す。（基本 18 春 16）



ア　X・Y　　イ　X ＋ Y　　ウ　$\overline{X+Y}$　　エ　$\overline{X\cdot Y}$

3) 論理式 $Z = X\cdot\overline{Y} + \overline{X}\cdot Y$ の真理値表はどれか。ここで，・ は論理積，＋ は論理和，$\overline{X}$ は x の否定を表す。（基本 15 秋 08）

ア

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

イ

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ウ

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

エ

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4)　次の真理値表で，変数 X，Y，Z に対する関数 F を表す式はどれか。ここで，“･”は論理積，“＋”は論理和，$\overline{A}$ は A の否定を表す。（基本 18 秋 09）

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

ア　$X\cdot Y + Y\cdot\overline{Z}$　　イ　$X\cdot Y\cdot\overline{Z} + Y$　　ウ　$\overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot Z + X\cdot Y + Y\cdot\overline{Z}$　　エ　$\overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot Z + X\cdot\overline{Y} + \overline{Y}\cdot\overline{Z}$

5) 次の真理値表の演算結果を表す論理式はどれか。ここで，＋は論理和，･は論理積を表す。（基本 20 秋 10）

x	y	z	演算結果
0	0	0	0

0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

ア　（ｘ・ｙ）＋ｚ　　イ　（ｘ＋ｙ）・ｚ　　ウ　ｘ・（ｙ＋ｚ）　　エ　ｘ＋（ｙ・ｚ）

解答　１）イ　　２）イ　　３）イ　　４）ウ　　５）ウ

［２］　２進数　（数の２進表現）　　（アーキテクチャの教科書にはこの内容の記述は無い）

a.　次の文の空欄を埋めよ

2進法（二進記数法）は、数Xを表すのに、

$X = a_N \times 2^N + a_{N-1} \times 2^{N-1} + ... + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0$

とし、 $a_N a_{N-1} ... a_2 a_1 a_0$ 　のようにして表す（但しa_iは0か1）。 これは10進法において

$X = a_N \times 10^N + a_{N-1} \times 10^{N-1} + ... + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0$

とし、 $a_N a_{N-1} ... a_2 a_1 a_0$ 　のようにして表す（但しa_iは0～9）のと全く同じ原理による。 たとえば

$345_{10} = 3 \times (\quad) + 4 \times (\quad) + 5 \times (\quad)$

であるが、これと同様に、

$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1$

である。これを計算すると $1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 8+4+1 = (\quad)_{10}$ である。

（注） 数の右下に小さく書かれた2 （1101_2の2） や、 10 （345_{10}の10） は、2進表記、10進表記を示す。

10進法の場合それぞれの桁の数 a_N は、最大 （　　） までしか許されない。 それは、この最大数を超えると次の桁へ繰上りを起こすからである。 たとえば 19 の次は20であるが、9の次の十は繰上りを起こして自分の桁は0となり、10と表される（1は上の桁への繰上がり、自分の桁は0） からである。

同様に、2進法の場合、それぞれの桁の数 a_N は、最大 （　　） までしか許されない。

b.　数を順に数えてみよ

10進法： 0 ⇒ 1 ⇒ 2 ⇒ 3 ⇒ 4 ⇒ 5 ⇒ 6 ⇒ 7 ⇒ 8 ⇒ 9 ⇒(繰上り)⇒ 10 ⇒ 11 ⇒ 12 ⇒

では2進法ではどうなっているか。

2進法： 0 ⇒ 1 ⇒ 10 ⇒ 11 ⇒ 100 ⇒ 101 ⇒ 110 ⇒ 111 ⇒ 1000 ⇒ 1001 ⇒

10進	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2進											

c.　次の2進⇔10進の変換を考えよう。空欄を埋めよ。

2進数 101_2 は、（　　）$\times 2^2$ ＋ （　　）$\times 2^1$ ＋ （　　）$\times 2^0$ であるから、10 進で数えると （　　　）$_{10}$になる。

同様に、110_2 は、（　　）$\times 2^2$ ＋ （　　）$\times 2^1$ ＋ （　　）$\times 2^0$ であるから、10 進で数えると （　　　）$_{10}$になる。

では、10101010_2 は、10 進数で数えるといくつになるか。 （　　　　　　）$_{10}$

（注） 便宜上、2進数で桁数が多くなると、4桁ずつに区切って書くことがある。理由は後から述べる。

d.　毎回 2^X を計算するのではなく、覚えてしまうと便利である。

① 2^2 = （　　） ② 2^3 = （　　） ③ 2^4 = （　　） ④ 2^5 = （　　） ⑤ 2^6 = （　　） ⑥ 2^7 = （　　）

⑦ 2^8 = （　　） ⑧ 2^9 = （　　） ⑨ 2^{10} = （　　） ← ここまでは順番に唱えるとよい

⑩ 2^{12} = （　　） ⑪ 2^{15} = （　　） ⑫ 2^{16} = （　　） ← この3つは、何かと出てくるので覚えるとよい

なお、コンピュータではキロ（K）を 1024（＝2^{10}）とすることがあり、2^{12} = 4K、 2^{15} = 32K、 2^{16} = 64K となる。

同様に、メガ（M）を 1024×1024 （＝2^{20}）、 ギガ（G）を 1024×1024×1024 （＝2^{30}）、 とすることがある。

e.　次の2進数を10進数に変換せよ （桁数が多いと計算違いをしやすいので注意）

① $0000\ 0000\ 0000\ 1011_2$ ⇒ （　　　　　　）$_{10}$　② $0000\ 0000\ 1000\ 1011_2$ ⇒ （　　　　　　）$_{10}$

③ $0000\ 1000\ 0000\ 1011_2$ ⇒ （　　　　　　）$_{10}$　④ $0000\ 1111\ 1111\ 1111_2$ ⇒ （　　　　　　）$_{10}$

解答

a.　100（10^2）　10（10^1）　1（10^0）　　13　　9　　1

b.

10進	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2進	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

c.　1　　0　　1　　1×4＋0×2＋1＝5

1　　1　　0　　1×4＋1×2＋0＝6

10101010 ＝ 128＋32＋8＋2＝170

d.　① 4,　② 8,　③ 16,　④ 32,　⑤ 64,　⑥ 128,　⑦ 256,　⑧ 512,　⑨ 1024

⑩ 4096,　⑪ 32768,　⑫ 65536

e.　① 11　② 139　③ 2059　④ 4095

（おまけ） ④の計算は、全部の桁の足し算をするのは面倒だし、計算違いをするかもしれない。 手抜きを考える。

x ＝ $0000\ 1111\ 1111\ 1111_2$ に 1 を加えてみると、 x＋1 ＝ $0001\ 0000\ 0000\ 0000_2$ となる。

この x＋1 は、上で見た 2^{12} になっている。 だから…（あとは自分で考えよ）

もう少し広げると、たとえば y ＝ $0000\ 0000\ 1111\ 1110_2$ に 1 を加えると y＋1 ＝ $0000\ 0000\ 1111\ 1111_2$ で、

これはさっき見た形。 だから、もう 1 を加えると y＋1＋1 ＝ $0000\ 0001\ 0000\ 0000_2$ 。 あとは自分で。