小数をどう表す？

小数が表せないと困る！

たとえば

東邦大学

小数が表せないと困る！

たとえば 0.2cm

東邦大学

本当か？

0.2cm ＝ ○○○

本当か？

$$0.2\,\mathrm{cm} = 2.0 \times 10^{-1}\ \mathrm{cm}$$

東邦大学

本当か？

$$0.2\,\mathrm{cm} = 2.0 \times 10^{-1}\,\mathrm{cm}$$

$0.2\quad \mathrm{cm}$

$2.\quad \times 10^{-1}\,\mathrm{cm}$

小数点を移動

東邦大学

本当か？

$$0.2\text{cm} = 2.0 \times 10^{-1}\ \text{cm}$$

つまり
整数になるまで
小数点を移動

$$0.2\ \ \text{cm}$$

$$2.\ \ \times 10^{-1}\ \text{cm}$$

小数点を移動

東邦大学

まとめると

小数点数は　○○○○○

すればよい

まとめると

小数点数は　整数になるまで

小数点を左にずらせばよい

計算してみよう

$0.2 + 0.5 =$

計算してみよう

$$0.2 + 0.5 = 2.0 \quad \times 10^{-1}$$

$$5.0 \quad \times 10^{-1}$$

$$= 2 + 5 \quad \times 10^{-1}$$

東邦大学

計算してみよう

$$0.2 + 0.5 = 2.0 \quad \times 10^{-1}$$

$$5.0 \quad \times 10^{-1}$$

$$= 2 + 5 \quad \times 10^{-1}$$

世界を全部10^{-1}で揃えれば
整数計算にできそうだ

東邦大学

計算してみよう

$$0.2 + 0.5 = 2.0 \times 10^{-1}$$

$$5.0 \times 10^{-1}$$

$$= 2 + 5 \times 10^{-1}$$

世界を全部10^{-1}で揃えれば
整数計算にできそうだ

固定小数点と呼ぶ

東邦大学

２進数では？

東邦大学

２進数の小数

$$0.1 = 1.0 \times \mathbf{2}^{-1}$$

１桁ずらす

2進だから

２進数の小数

$$0.1 = 1.0 \times 2^{-1}$$

１桁ずらす

2進だから

$$0.01 = 1.0 \times 2^{-2}$$

２桁ずらす

2進だから

東邦大学

では、10進で幾つに当たる？

$$0.1_2 \quad = 1.0 \times 2^{-1} = \qquad {}_{10}$$

東邦大学

では、10進で幾つに当たる？

$0.1_2 = 1.0 \times 2^{-1} = 0.5_{10}$

$0.01_2 = 1.0 \times 2^{-2} = \quad {}_{10}$

東邦大学

では、10進で幾つに当たる？

$$0.1_2 = 1.0 \times 2^{-1} = 0.5_{10}$$

$$0.01_2 = 1.0 \times 2^{-2} = 0.25_{10}$$

$$0.001_2 = 1.0 \times 2^{-3} = \quad _{10}$$

東邦大学

では、10進で幾つに当たる？

$0.1_2 = 1.0 \times 2^{-1} = 0.5_{10}$

$0.01_2 = 1.0 \times 2^{-2} = 0.25_{10}$

$0.001_2 = 1.0 \times 2^{-3} = 0.125_{10}$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = \qquad {}_{10}$$

$$= 1.0 \times 2^{-1} + 1.0 \times 2^{-2} = \qquad {}_{10}$$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 3 \times 1/4$$

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1} + 1.0\times2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$\begin{matrix} \| & & \| \\ 0.5 & + & 0.25 \end{matrix}$$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = \qquad\qquad = \qquad\qquad {}_{10}$$

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = 1011_2\times2^{-4} = \qquad\qquad _{10}$$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = 1011_2 \times 2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$\|\qquad\qquad\|$$

11　0.0625

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = 1011_2\times2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$= 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$\parallel \quad \parallel \quad \parallel$$

$$0.5+0.125+0.0625$$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$

$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$

$0.1011_2 = 1011_2\times2^{-4} = 0.6875_{10}$

$= 2^{-1}+2^{-3}+2^{-4} = 0.6875_{10}$

$10.11_2 =$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0\times2^{-1}+1.0\times2^{-2}=0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = 1011_2\times2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$= 2^{-1}+2^{-3}+2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$10.11_2 = 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} = \quad {}_{10}$$

東邦大学

もう少しいろいろと計算しよう

$$0.11_2 = 11.0_2 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$= 1.0 \times 2^{-1} + 1.0 \times 2^{-2} = 0.75_{10}$$

$$0.1011_2 = 1011_2 \times 2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$= 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = 0.6875_{10}$$

$$10.11_2 = 2^{1} + 2^{-1} + 2^{-2} = 2.75_{10}$$

$$2 + 0.5 + 0.25$$

東邦大学

逆向きの計算をしよう

$$0.3125_{10} = \boxed{}_2$$

東邦大学

逆向きの計算をしよう

$$0.3125_{10}$$

$$= 0.25_{10} \quad + \quad 0.0625_{10}$$

逆向きの計算をしよう

$$0.3125_{10}$$

$$= 0.25_{10} \quad + \quad 0.0625_{10}$$

$$= 1.0 \times 2^{-2} + 1.0 \times 2^{-4}$$

逆向きの計算をしよう

0.3125_{10}

$= 0.25_{10} \quad + \quad 0.0625_{10}$

$= 1.0 \times 2^{-2} + 1.0 \times 2^{-4}$

$= 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$

$=$

東邦大学

逆向きの計算をしよう

$$0.3125_{10}$$

$$= 0.25_{10} \quad + \quad 0.0625_{10}$$

$$= 1.0 \times 2^{-2} + 1.0 \times 2^{-4}$$

$$= 0\times2^{-1}+1\times2^{-2}+0\times2^{-3}+1\times2^{-4}$$

$$= 0.0101_{2}$$

東邦大学

では練習問題

$1111.110_2 =$

$0.0001011_2 =$

$10010.10_2 =$

$0.1000011_2 =$

では練習問題

$1111.110_2 = 15.75_{10}$

$0.0001011_2 = 0.0859375_{10}$

$10010.10_2 = 18.5_{10}$

$0.1000011_2 = 0.5234375_{10}$

では練習問題

$0.4375_{10} = \qquad\qquad _2$

$0.1015625_{10} = \qquad\qquad _2$

$0.2109375_{10} = \qquad\qquad _2$

東邦大学

では練習問題

$0.4375_{10} = 0.0111_2$

$0.1015625_{10} = 0.0001101_2$

$0.2109375_{10} = 0.0011011_2$

東邦大学

固定小数点２進数の意味が

分かりましたか？

〇　　　×

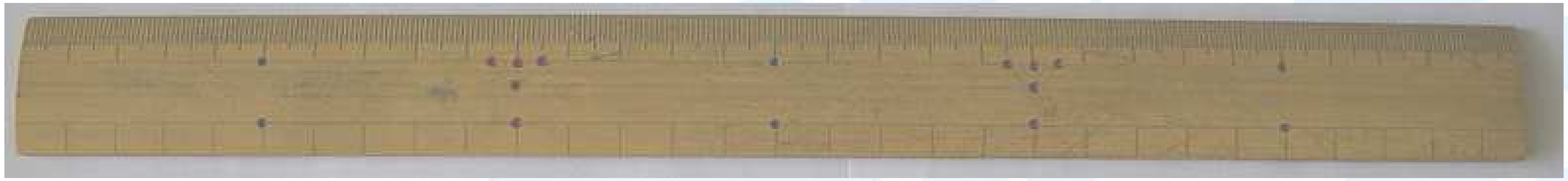
次へ

浮動小数点とは

その前に、「有効数字」の考え方を

「有効数字」

ものさしで長さを測る時

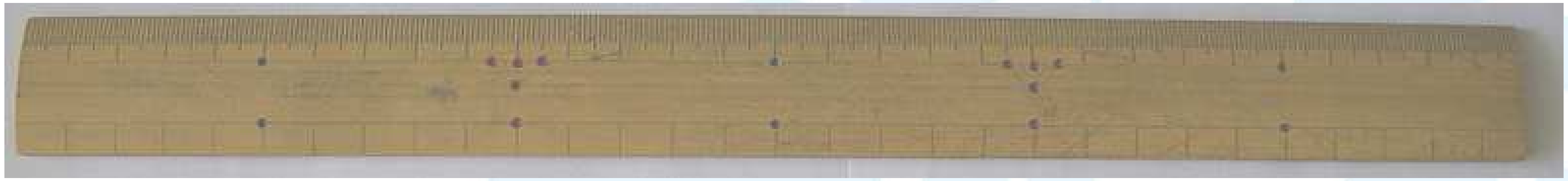


どれだけ細かく読めますか？

東邦大学

「有効数字」

ものさしで長さを測る時



どれだけ細かく読めますか？

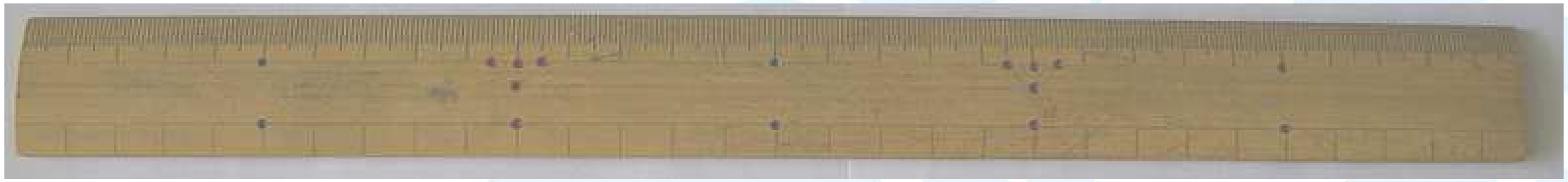
12.3 mm ?

12.34 mm ?

東邦大学

「有効数字」

ものさしで長さを測る時



どれだけ細かく読めますか？

12.3 mm　← まあ読めるか

12.34 mm ← 無理！

東邦大学

「有効数字」

測定器(方法)には限界があって
それ以上細かくは読み取れない

$$\underbrace{12.3●●●}_{}\ \mathrm{mm}$$

12.3●●● mm

読み取れない　書いても意味がない

東邦大学

#「有効数字」

測定器(方法)には限界があって
それ以上細かくは読み取れない

12.3●●● mm

つまり、その桁以下の数字は
意味がないことになる

「有効数字」

測定器(方法)には限界があって
それ以上細かくは読み取れない

$\boxed{12.3}$ ●●● mm

つまり、その桁以下の数字は
意味がないことになる

意味のある部分を有効数字という

東邦大学

有効数字の表現

12.3 mm　有効数字がどれかわかる

でも

有効数字の表現

12.3 mm　有効数字がどれかわかる

でも

12300 μm　123まで確かなのか
12300まで確かなのか
わからない

東邦大学

有効数字の表現

12.3 mm　有効数字がどれかわかる

でも

12300 µm　123まで確かなのか
12300まで確かなのか
わからない

困る ⇒ そこで書き方工夫

有効数字の表現

12.3 mm　有効数字がどれかわかる

でも

12300 μm　123まで確かなのか
12300まで確かなのか
わからない

困る ⇒ そこで書き方工夫

1.23×10^4 μm　と書くことにする

東邦大学

有効数字の表現

有効数字分の桁数のみ書く

（この例では３桁）

$$\boxed{1.23} \times 10^4\ \mu m$$

東邦大学

有効数字の表現

有効数字分の桁数のみ書く

$\boxed{1}.23 \times 10^{4}$ μm

小数点以上を
１桁だけにする

有効数字の表現

有効数字分の桁数のみ書く

$1.23 \times \boxed{10^4}$ μm

小数点以上を
１桁だけにする

桁を10○で合わせる
この例では
$12300 = 1.23 \times 10^4$

東邦大学

有効数字の表現

浮動小数点表示
この形をまねる

有効数字分の桁数のみ書く

$1.23\ \times 10^{4}\ \mu\mathrm{m}$

小数点以上を
1桁だけにする

桁を10○で合わせる
この例では
$12300 = 1.23 \times 10^{4}$

10進での浮動小数だと

1.23×10^4

有効数字分の桁数のみ書く

小数点以上を１桁だけにする

桁を10○で合わせる

東邦大学

2進での浮動小数だと

$\boxed{1.101} \times \boxed{2}^4$

原理は同じで
2進数になる

有効数字分の桁数のみ書く

小数点以上を１桁だけにする

桁を2○で合わせる

東邦大学

２進浮動小数の原理が
分かりましたか？

〇

×

次へ

東邦大学

浮動小数の
機械上での表現は？

２つの要素がある

$$\boxed{1.101} \times \boxed{2}^4$$

東邦大学

２つの要素がある

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

仮数部
フラクション
(マンティッサ)

指数部
エクスポーネント

東邦大学

2つの要素がある

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

仮数部

フラクション

(マンティッサ)

指数部

エクスポーネント

$$1.1010000 \times 2^4$$

２つの要素がある

$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$

仮数部
フラクション
(マンティッサ)

指数部
エクスポーネント

$\boxed{1.1010000} \times 2^{\boxed{4}}$

4	1.10100000

もう一工夫されている

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

0	10000011	10100000 ⋯ 000

$\underbrace{10000011}_{8ビット}$ $\underbrace{10100000 \cdots 000}_{23ビット}$

TOHO UNIVERSITY NATURE LIFE MAN 東邦大学

もう一工夫されている

$1.101 \times 2^{\boxed{4}}$ → 負も表す必要

2^{-4}とか

0	10000011	10100000 ⋯ 000

8ビット　23ビット

TOHO UNIVERSITY NATURE LIFE MAN 東邦大学

もう一工夫されている

$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$ 負も表す必要

下駄をはかす

(単精度) 8ビットなら+127　-128～127 ⇒ 0～255
(倍精度)11ビットなら+1023　-1024～1023 ⇒ 0～2047

0	10000011	10100000 … 000
	8ビット	23ビット

もう一工夫されている

$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$ → 負も表す必要

⇩

下駄をはかす

(単精度) 8ビットなら+127　-128～127 ⇒ 0～255
(倍精度)11ビットなら+1023　-1024～1023 ⇒ 0～2047

⇩

(単精度) 4+127 ＝ 131

131

0	10000011	10100000 ··· 000

8ビット　23ビット

もう一工夫されている

$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$ ↘ 負も表す必要

⇩

下駄をはかす

(単精度) -128～127 ⇒ 0～255

(倍精度) -1024～1023 ⇒ 0～2047

⇩

(単精度) 4+127 ＝ 131

131

0	10000011	10100000 … 000

$\underbrace{10000011}_{\text{8ビット}}$ $\underbrace{10100000 \cdots 000}_{\text{23ビット}}$

東邦大学

もう一工夫されている

ここが必ず１になる
ように2^nを調整する
（正規化と呼ぶ）

1.101

$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$

負も表す必要
下駄をはかす
(単精度) -128～127 ⇒ 0～255
(倍精度) -1024～1023 ⇒ 0～2047
(単精度) 4+127 ＝ 131

131

0	10000011	10100000 … 000

$\underbrace{10000011}_{\text{8ビット}}$ $\underbrace{10100000 \cdots 000}_{\text{23ビット}}$

東邦大学

もう一工夫されている

ここが必ず１になる
ように2^nを調整する
（正規化と呼ぶ）

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

負も表す必要

下駄をはかす

(単精度) -128～127 ⇒ 0～255
(倍精度) -1024～1023 ⇒ 0～2047

(単精度) 4+127 = 131

$\boxed{1.}101$

必ず１なので
1.は書かなくても
残りだけ書けばよい

131

0	10000011	10100000 … 000

$\underbrace{10000011}_{8ビット}$ $\underbrace{10100000 \cdots 000}_{23ビット}$

東邦大学

もう一工夫されている

ここが必ず１になる
ように2^nを調整する
（正規化と呼ぶ）

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

$\boxed{1.}101$

⇩

必ず１なので
1.は書かなくても
残りだけ書けばよい

負も表す必要

⇩

下駄をはかす

(単精度) -128～127 ⇒ 0～255
(倍精度) -1024～1023 ⇒ 0～2047

⇩

(単精度) 4+127 ＝ 131

131

0	10000011	10100000 … 000

符号　　8ビット　　23ビット

もう一工夫されている

ここが必ず１になる
ように2^nを調整する
（正規化と呼ぶ）

$$\boxed{1.101} \times 2^{\boxed{4}}$$

$\boxed{1.}101$

必ず１なので
1.は書かなくても
残りだけ書けばよい

負も表す必要

下駄をはかす

(単精度) 8ビットなら -128～127 ⇒ 0～255
(倍精度)11ビットなら -1024～1023 ⇒ 0～2047

(単精度) 4+127 ＝ 131

単精度
完成

131

0	10000011	10100000 … 000

符号

8ビット

23ビット

単精度・倍精度

単精度・倍精度

単精度浮動小数　～　float型

符号	指数部	仮数部
0	10000011	10100000 ··· 000
1ビット	8ビット	23ビット

$$\underbrace{\underbrace{0}_{\text{1ビット}}\ \underbrace{10000011}_{\text{8ビット}}\ \underbrace{10100000\cdots000}_{\text{23ビット}}}_{\text{32ビット}}$$

単精度・倍精度

単精度浮動小数　～　float型

指数部　　仮数部

0	10000011	10100000 … 000

符号

1ビット　8ビット　23ビット

32ビット

倍精度浮動小数　～　double型

指数部　　仮数部

0	10000011	10100000 … 000

符号

1ビット　11ビット　52ビット

64ビット

では問題です

下記の単精度浮動小数はいくつか？

符号	指数部	仮数部
0	10000000	01000000 … 00
1ビット	8ビット	23ビット

東邦大学

では問題です

下記の単精度浮動小数はいくつか？

符号	指数部	仮数部
0	10000000	01000000 … 00
1ビット	8ビット	23ビット

隠れている1．を付け加えて

1.01 ＝　1.25

浮動小数点小数の仕組みが
分かりましたか？

〇

×

次へ

東邦大学

では問題です

下記の単精度浮動小数はいくつか？

符号	指数部	仮数部
0	10000000	01000000 … 00
1ビット	8ビット	23ビット

隠れている1．を付け加えて
1.01 ＝　1.25

128からゲタの127を引いて
128－127 ＝ 1 つまり 2^1

東邦大学

では問題です

下記の単精度浮動小数はいくつか？

符号	指数部	仮数部
0	10000000	01000000 … 00
1ビット	8ビット	23ビット

隠れている1．を付け加えて

$1.01_2 = 1.25_{10}$

128からゲタの127を引いて

128－127 ＝ 1 つまり 2^1

$1.25_{10} \times 2^1 = 2.5_{10}$ （符号は＋）

東邦大学

固定小数点と浮動小数点の仕組みが
分かりましたか？

○

×

次へ

東邦大学