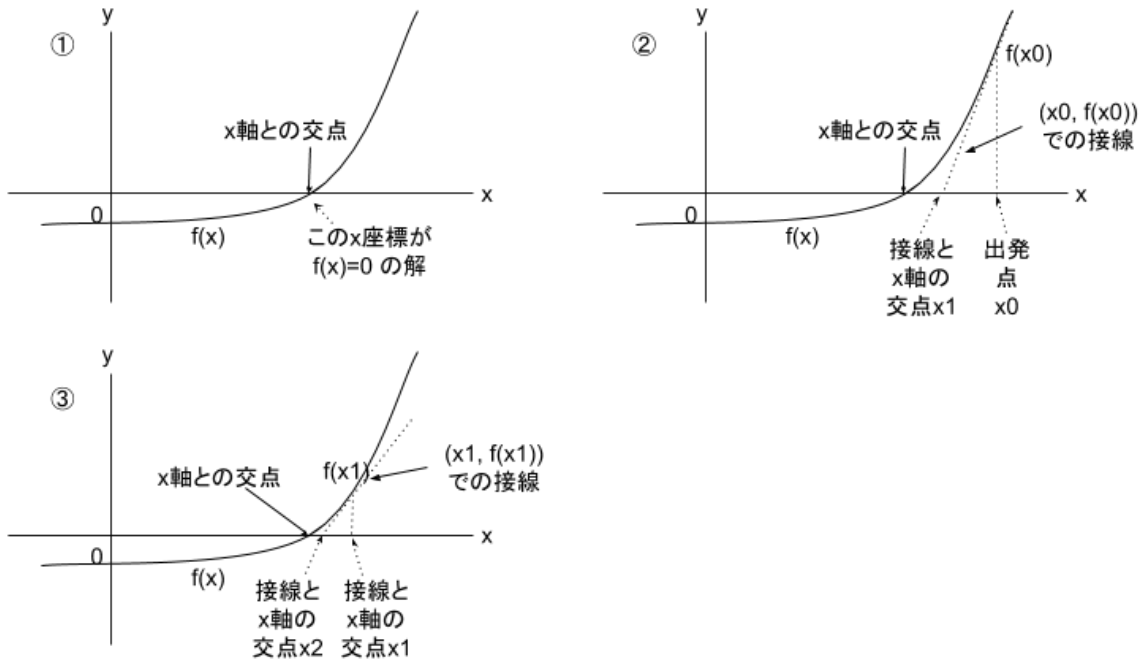


1. 方程式の解

方程式の解を求める「Newton法」という計算法を紹介します。

関数 $f(x)$ があるとき、 $f(x) = 0$ の解を求める方法として、次のようにするやり方 (Newton法) があります。

図①のように $f(x) = 0$ の解は曲線 $y = f(x)$ が x 軸 (つまり $y = 0$) と交わる点の x 座標になります。この $y = f(x)$ と x 軸の交点の x 座標を求めればよいわけです。



図②のように、まず適当に x の出発点 x_0 を決めます。この図では交点の右側に選びました。

$x = x_0$ で縦に (y 軸と平行に) 線を引きます。この縦線が曲線 $y = f(x)$ と交わる点の座標は (_____) です。

この点 (= 曲線 $y = f(x)$ 上) にあって、 x 座標が x_0 である点) を通る、曲線 $y = f(x)$ の接線を引きます。接点の座標は上と同じ (_____) です。

接線の方程式 $y = ax + b$ は、傾き a が f の (接点における) 微係数なので、 $a =$ (_____) となります。

更に y 切片は、接線が接点を通るので、接点の座標を代入したときに式 $y = ax + b$ が成り立つはずなので、

$b = y - ax =$ (_____) と計算できます。

この接線は図②にあるように、 x 軸に交わりますが、その交わる点の x 座標を x_1 とします。図③のように $x = x_1$ のところに縦線を引きます。

上と同じように、縦線が曲線 $y = f(x)$ と交わる点の座標 (_____) を求め、その曲線上の点を通る接線を引きます。

接線の傾き (_____) と切片 (_____) を計算し、接線が x 軸と交わる点の x 座標 x_2 を求めます。

これを繰り返すと、接線と x 軸の交点 $x_0, x_1, x_2 \dots$ は段々と $f(x) = 0$ の解 (= 曲線と x 軸の交点) に近づいていきますが、解を越えることはありません (この図のように下に凸である限り)。

(この図では上に凸なので右側から近づいて行きましたが、下に凸の場合は左側から近づいていきます。)

このようにして、 $f(x) = 0$ の解を近似的に求めることができます。（条件はいくつかありますが）

では、例として $f(x) = x^2 - 2$ として $f(x) = 0$ の解を求めてください。プログラムの構造は次のようになります。

x の初期値を $x=3$ にする 以下のことを繰り返す x のときの接点の座標を計算する 接線の傾きと y 切片を計算する 接線が x 軸と交わる点の x 座標を計算する この x 座標の値を印刷する 得られた x 座標を次の x として繰り返す

2. 2からN (=10000とか) までの素数

2からN (=10000とか) までの素数をすべてプリントしてください。

ここでは、次のようなやり方を考えます。0からNまでの (N+1要素の) 配列 a を用意します。

$a[i]$ の値は、整数 i が素数である (1) かないか (0) を表すことにします。 $a[0]$ と $a[1]$ は無視することになります。

つまり、ぜんぶ処理が済んだら、上のようになっているとして、最後に a の要素のうち値が 1 (素数である) のものだけを選んでプリントすれば、答えが得られます。

では、まず配列 a を初期化します。初期値は、すべての 2 ~ N の整数が素数である (1) とします。

以下を繰り返します。

- 2 ~ N の数のうち、 $a[i]==1$ (素数) であるもっとも小さい i をさがします。つまり、 $i=2$ から始めて、初めて $a[i]!=0$ である i を探します。
- この i の倍数 ($i, 2*i, 3*i, \dots, N$ まで) の要素 ($a[i], a[2*i], a[3*i], \dots$) を「素数でない」(0) に書き換えます。
- 次に、今の i から N のうちで、 $a[i]==1$ (素数) であるもっとも小さい i をさがします。つまり、i から始めて、初めて $a[i]!=0$ である i を探します。最初は $i=2$ なので、2, 4, 6, ... が消されます。次に3が消されていないので $i=3$ になり、3, 6, 9, ... が消されます。次は4ですが、4は既に2の時に消されているので5に進みます。
- これを、i が \sqrt{N} になるまで繰り返します。（なぜ N ではなくて \sqrt{N} でいいのか、自分で考えてみてください。）

