

第2回 整数の2進表現と計算

2-1. 2進数の原理

桁(位取り)の原理

- a) 10進で書かれた 1234_{10} を、桁(1000、100、10、1の桁)に分解すると () (式で書こう)
- b) 2進で書かれた 1011_2 を、桁に分解すると ()

n桁の2進数の表せる範囲

- a) 1桁の10進数の表せる範囲は (~)、2桁の10進数の表せる範囲は (~)
5桁の10進数の表せる範囲は (~)、N桁の10進数の表せる範囲は (~)
- b) 1桁の2進数の表せる範囲は (~)、2桁の2進数の表せる範囲は (~)
8桁の2進数の表せる範囲は (~)、N桁の2進数の表せる範囲は (~)
16ビットの数(正の整数)の表せる範囲は (~)

2進→10進の変換

- a) 1011_2 (2進で書かれていることを右下の2で表す)を10進に変換すると ()
上の「桁の原理」で分解した式をそのまま計算する。

- b) 100011011011_2 を10進に変換すると (計算手順を下記に書き残そう)

.....

.....

.....

.....

.....

10進→2進の変換

- a) 13_{10} を、2進に変換すると (変換の仕方はスライドを見てください) (計算手順を下記に書き残そう)

.....

.....

.....

.....

.....

- b) 1234_{10} を、2進に変換すると (計算手順を下記に書き残そう)

.....

.....

.....

.....

.....

2-2. 16進数での表現 ~ 2進⇔10進の変換は桁が多いと大変で間違えます。16進を使って手抜きしよう。

まず16進数の表示

- a) 16進数の1桁は、(10進数で見るところの)0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ..., 15まであります。これを1桁で書くために、10~15の部分は1桁の記号で書きます。どんな記号ですか？

10=()₁₆、 11=()₁₆、 12=()₁₆、 13=()₁₆、 14=()₁₆、 15=()₁₆

b) $12_{10} \times 16^3 + 15_{10} \times 16^2 + 7_{10} \times 16^1 + 13_{10} \times 16^0$ を 16 進表記で書くと ()

2 進→16 進の変換

a) 100011011011_2 を 16 進に変換すると () (やり方はスライドを見てください)

b) $1110\ 0110\ 1001\ 1111\ 0000\ 1101\ 0001\ 0100_2$ を 16 進に変換すると ()

16 進→2 進の変換

a) 1234_{16} を、2 進に変換すると () (手順を説明できますか?)

b) $FDEC_{16}$ を、2 進に変換すると ()

16 進→10 進の変換

a) 16 進で書かれた 1234_{16} を、桁に分解すると () 2 進を桁に分解したのと同じ

b) 1234_{16} を 10 進に変換すると () 上で桁に分解した式を、そのまま計算する。

10 進→16 進の変換 (これはそれなりに計算が大変だが、10 進→2 進よりは割り算の回数が少ないので楽)

a) 1022_{10} を 16 進に変換すると (計算手順を下記に書き残そう)

.....

.....

.....

.....

.....

2 進→10 進を、2 進→16 進→10 進のステップを踏んで変換

a) $1110\ 0111_2$ を 10 進に変換せよ (計算手順を書き残そう)

(まず 2 進→16 進変換)

(16 進→10 進変換)

.....

.....

b) $1111\ 0110\ 1101\ 1110\ 0001\ 1001\ 0001\ 0100_2$ を 10 進に変換せよ (計算手順を書き残そう)

(まず 2 進→16 進変換)

(16 進→10 進変換)

.....

.....

.....

.....

.....

逆に、10 進→2 進を、10 進→16 進→2 進のステップを踏んで変換

a) 88_{10} を 2 進に変換せよ (計算手順を書き残そう)

(10 進→16 進変換)

.....

.....

.....
.....
(16 進→2 進変換)

b) 65531_{10} を 2 進に変換せよ (計算手順を書き残そう)

(10 進→16 進変換)
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(16 進→2 進変換)
.....
.....

2-3. マイナスの数の表現

コンピュータでは、(負の整数は)「2 の補数」という表し方をします。

2 の補数を作る (符号をひっくりかえす)

a) 2 進の桁数が 8 桁であるとするとき、10 進数 5_{10} の 2 の補数、つまり -5_{10} を計算せよ

(5_{10} を 2 進 8 桁で表すと)

(8 桁で 5_{10} の 2 の補数を取ると)

b) -30_{10} を 2 進 8 桁で表せ (aと同じで、 30_{10} の 2 の補数を計算します)
.....
.....
.....
.....

c) 2 進の桁数が多いとどうなるか? -5_{10} を 2 進 16 桁で表せ。更に -5_{10} を 2 進 32 桁で表せ。(よく使う PC の CPU は、整数を 32 ビット=2 進 32 桁で表しています。)
.....
.....
.....
.....

d) 2 進 8 桁(もうここからは 8 ビットと呼ぼう)のとき、 -1_{10} はいくつか。16 ビットだとどうか?
.....
.....

e) (暇な人用の選択問題) a) で求めた、2 進 8 桁で表した -5_{10} の結果を、「2 の補数」ではなくて、ただの 2 進数(符号なんて知らないときの 2 進数)の読み方をすると、(10 進で)いくつですか? ()

この、(符号なしの2進数で読んだ数)と、 5_{10} とを足すと、いくつですか？ ()

実は、元の数(ここでは5)を x とします。2の補数を作るときの1ステップ目の「各桁を 0/1 反転」だけをした結果を y とすると、 $x+y$ は何になるでしょうか？ 0/1 のパターン具合を考えてみてください。()

その $x+y$ に、1を足す(2の補数の2ステップ目)と、どうなりますか？ ()

ここから、何がわかりますか？

.....

2-4. マイナスの数—おまけ

a) (2の補数で2進→10進) 8ビット(2進8桁)で、負数を2の補数で表現しているとき、 $1111\ 0111_2$ は10進数でいくつに当たるか？

($1111\ 0111$ は正か負か？ (なぜか))

($1111\ 0111$ の2の補数を計算する)

(2の補数を取ったら=符号を逆にしたら、こうなったのだから、元の数)

b) 8ビットで2の補数表現をしているとする。次の2進数を10進に変換せよ

$$1111\ 1101_2 = (\quad)_{10}$$

$$1110\ 0010_2 = (\quad)_{10}$$

$$0011\ 1001_2 = (\quad)_{10}$$

$$0100\ 0100_2 = (\quad)_{10}$$

$$1\ 1111_2 = (\quad)_{10}$$

一般に、一番左のビットが1か0かで符号が分かります。一番左というのは、8ビット表現なら8ビット目、16ビット表現なら16ビット目です。上記5番目の例は、5ビットしか書いてありませんが、問題では8ビットの枠があると言っているので、6・7・8ビット目は0なのを書いていないだけ(つまり $0001\ 1111$ です。つまり一番左のビットは0だと見なします。ここは間違えないでください。

c) 我々の使うコンピュータ上で、8ビット表現を16ビットや32ビットに(伸ばして)変換しなければならないことがあります。このとき、正の数は

$$3_{10} = 0000\ 0011_2 = 0000\ 0000\ 0000\ 0011_2$$

のように、上位に0を追加すれば済みます。(10進で考えたら当然でしょう。 $23_{10} = 023_{10} = 0023_{10}$ です。)

では、負の数はどうでしょうか？

$$-3_{10} = (8\text{ビット})(\quad)_2 = (16\text{ビット})(\quad)_2$$

ついでに、こちらはどうでしょうか？

$$-1_{10} = (8\text{ビット})(\quad)_2 = (16\text{ビット})(\quad)_2$$